

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)
18 ΙΟΥΝΙΟΥ 2020
ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Πότε μια συνάρτηση f με πεδίο ορισμού A λέγεται συνεχής;

Μονάδες 4

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η συνάρτηση $f(x) = |x|$ έχει παράγωγο στο σημείο $x_0 = 0$.

β. Τα χαρακτηριστικά ως προς τα οποία εξετάζουμε έναν πληθυσμό λέγονται μεταβλητές και τις συμβολίζουμε συνήθως με κεφαλαία γράμματα.

γ. Η σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i δίνεται από τον τύπο $f_i = \frac{v_i}{n}$, όπου v_i η συχνότητα της τιμής x_i και n το μέγεθος του δείγματος.

Μονάδες 6

A3. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ισότητες και να τις συμπληρώσετε.

α. $(f(x) \cdot g(x))' = \dots$

β. $(\sqrt{x})' = \dots$, με $x > 0$

γ. $(\sin x)' = \dots$

Μονάδες 9

A4. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $f(x) = x^2$ είναι $f'(x) = (x^2)' = 2x$, για κάθε x στο σύνολο \mathbb{R} των πραγματικών αριθμών.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Β

Στον παρακάτω πίνακα δίνεται ο αριθμός των βιβλίων που διάβασαν οι μαθητές ενός σχολείου κατά τη διάρκεια των καλοκαιρινών διακοπών:

x_i	v_i	$f_i\%$	N_i	$F_i\%$
0				
1				70
2	10			90
3		10		100
Σύνολο		100		

Δίνεται ότι το 40% των μαθητών δεν διάβασαν κανένα βιβλίο.

- B1.** Να μεταφέρετε τον παραπάνω πίνακα στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τα κενά. **Μονάδες 12**
- B2.** Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που έχουν διαβάσει τρία βιβλία; **Μονάδες 3**
- B3.** Πόσοι μαθητές διάβασαν τουλάχιστον ένα βιβλίο; **Μονάδες 5**
- B4.** Ποιο είναι το ποσοστό των μαθητών που διάβασαν το πολύ δύο βιβλία; **Μονάδες 5**

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο $f(x) = x^3 - \lambda x^2 + 2$, όπου $\lambda \in \mathbb{R}$ σταθερά.

- Γ1.** Να βρείτε την τιμή του λ , ώστε η γραφική παράσταση της συνάρτησης f να διέρχεται από το σημείο $A(-1, -2)$. **Μονάδες 4**
- Γ2.** Για $\lambda = 3$ να βρείτε τις συναρτήσεις $f'(x)$ και $f''(x)$. **Μονάδες 6**
- Γ3.** Για $\lambda = 3$ να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή των τοπικών ακροτάτων της. **Μονάδες 8**
- Γ4.** Για $\lambda = 3$ να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x) + 3}{f''(x)}$$

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ με τύπο

$$f(x) = (x^2 + 4x + 5)^{20}$$

Δ1. Να δείξετε ότι

$$f'(x) = 40(x^2 + 4x + 5)^{19} \cdot (x + 2)$$

Μονάδες 5

Δ2. Να βρείτε το όριο:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-2+h) - f(-2)}{h}$$

Μονάδες 4

Δ3. Να δείξετε ότι η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f , η οποία είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$, έχει εξίσωση $y = 1$.

Μονάδες 8

Δ4. Θεωρούμε σημείο $A(x, 1)$ της ευθείας $y = 1$ με $x > 0$. Να βρεθεί ο ρυθμός μεταβολής της απόστασης των σημείων $A(x, 1)$ και $Q(0, 0)$ ως προς x , όταν $x = 1$.

Μονάδες 8