

**ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ  
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ  
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)  
4 ΙΟΥΝΙΟΥ 2022  
ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

**A1.** Έστω η συνάρτηση  $f(x) = x^2$  για κάθε  $x \in \mathbb{R}$ . Να αποδείξετε ότι  $f'(x) = 2x$ .

**Μονάδες 7**

**A2.** Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων.

**Μονάδες 6**

**A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α.** Ο συντελεστής μεταβολής δεν είναι ανεξάρτητος από τις μονάδες μέτρησης.

**β.** Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και ισχύει  $f'(x) > 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $\Delta$ .

**γ.** Ο σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.

**Μονάδες 6**

**A4.** Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τις παρακάτω ελλειπείς ισότητες και να τις συμπληρώσετε σωστά:

**α.**  $\sqrt{x}' = \dots$

**β.**  $(f'(g(x)))' = \dots$

**Μονάδες 6**

## ΘΕΜΑ Β

Κατά τον μήνα Νοέμβριο οι απουσίες πέντε (5) μαθητών ήταν:

25, 10, 5, 20, 15.

**B1.** Να υπολογίσετε τη μέση τιμή  $\bar{x}$  (μον. 4) και το εύρος (μον. 3) του παραπάνω δείγματος των πέντε μαθητών.

**Μονάδες 7**

**B2.** Να υπολογίσετε τη διακύμανση  $s^2$ .

**Μονάδες 7**

**B3.** Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV του δείγματος (μον. 6) και να εξετάσετε αν το δείγμα είναι ομοιογενές απαντώντας αιτιολογημένα (μον. 5).

**Μονάδες 11**

## ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση  $f(x) = x^3 - 9x^2 + ax + 1$ , όπου  $x, a \in \mathbb{R}$ .

**Γ1.** Αν ο ρυθμός μεταβολής της  $f$  για  $x=1$  είναι ίσος με 0, να δείξετε ότι  $a = 15$ .

**Μονάδες 6**

**Γ2.** Για  $a = 15$  να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της  $f$  στο σημείο  $M(2, f(2))$ .

**Μονάδες 6**

**Γ3.** Για  $a = 15$  να μελετήσετε τη συνάρτηση  $f(x)$  ως προς τη μονοτονία (μον. 6) και τα ακρότατα (μον. 2).

**Μονάδες 8**

**Γ4.** Για  $a = 15$  να βρείτε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x^2 - 1}.$$

**Μονάδες 5**

## ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \frac{x}{x+1}$$

- Δ1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης (μον. 2) και να υπολογίσετε την παράγωγο  $f'(x)$  (μον. 4).

**Μονάδες 6**

- Δ2. Υποθέτουμε ότι ο χρόνος επιστροφής, σε λεπτά, από το σχολείο στο σπίτι για τους μαθητές μίας περιφέρειας ακολουθεί την κανονική κατανομή, με μέση τιμή και τυπική απόκλιση

$$\bar{x} = \frac{1}{f'(2)}, \quad s = \frac{1}{2f'(1)}$$

αντίστοιχα.

Να δείξετε ότι  $\bar{x} = 9$  και  $s = 2$ .

**Μονάδες 6**

- Δ3. Αν το πλήθος των μαθητών της περιφέρειας είναι 2000, πόσοι από αυτούς έχουν χρόνο επιστροφής από 5 έως 11 λεπτά (μον. 6) και πόσοι πάνω από 15 λεπτά (μον. 3);

**Μονάδες 9**

- Δ4. Να υπολογίσετε τη μέση τιμή και την τυπική απόκλιση, στην περίπτωση που ο χρόνος επιστροφής των μαθητών της περιφέρειας αυξηθεί κατά 3 λεπτά.

**Μονάδες 4**