

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)
1 ΙΟΥΝΙΟΥ 2024
ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν οι συναρτήσεις f, g είναι παραγωγίσιμες σε ένα σύνολο A , να αποδείξετε ότι:
 $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x).$

Μονάδες 10

A2. α) Έστω $x_1, x_2, \dots, x_k$ οι τιμές μίας μεταβλητής X , που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n , όπου k, n μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $k \leq n$. Τι ονομάζεται συχνότητα n_i που αντιστοιχεί στην τιμή $x_i, i = 1, 2, \dots, k$;

Μονάδες 3

β) Έστω $x_1, x_2, \dots, x_n$ οι τιμές μίας ποσοτικής μεταβλητής X ενός δείγματος μεγέθους n και $w_1, w_2, \dots, w_n$ είναι οι αντίστοιχοι συντελεστές στάθμισης (βαρύτητας). Να γράψετε τον τύπο του σταθμικού μέσου.

Μονάδες 4

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η συνάρτηση $f(x) = |x|$ έχει παράγωγο στο $x_0 = 0$.

β. Το διάγραμμα συχνοτήτων χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μίας ποιοτικής μεταβλητής.

γ. Ισχύει $(\eta \mu x)' = \sigma \nu \eta x$

δ. Οι ποσοτικές μεταβλητές, των οποίων οι τιμές είναι αριθμοί, διακρίνονται σε διακριτές και συνεχείς.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 5x + \frac{1}{3}$, όπου $x \in \mathbb{R}$.

B1. Να βρείτε την παράγωγο $f'(x)$.

Μονάδες 4

B2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία (μον. 6) και να βρείτε το είδος και την τιμή των ακροτάτων (μον. 4).

Μονάδες 10

B3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο με τετμημένη $x_0 = 0$.

Μονάδες 7

B4. Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(-1+h) - f(-1)}{h}$.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Γ

Το πρωί μίας ημέρας οι τιμές της θερμοκρασίας (σε $^{\circ}\text{C}$) σε 5 πόλεις της Ελλάδας ήταν: 22, 18, $20 + \kappa$, 14, 16, όπου κ πραγματικός αριθμός.

Ο συντελεστής μεταβολής των παραπάνω τιμών είναι $\text{CV} = 20\%$ και η τυπική απόκλιση είναι ίση με $s = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 6x - 7}{2x - 2}$.

Γ1. Να δείξετε ότι $s = 4$.

Μονάδες 6

Γ2. Να δείξετε ότι η μέση τιμή των παραπάνω τιμών της θερμοκρασίας είναι $\bar{x} = 20$.

Μονάδες 4

Γ3. Να δείξετε ότι $\kappa = 10$ (μον. 6) και να βρείτε τη διάμεσο δ (μον. 3).

Μονάδες 9

Γ4. Αν το μεσημέρι της ίδιας ημέρας οι παραπάνω τιμές της θερμοκρασίας αυξήθηκαν κατά 10%, να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής των νέων τιμών της θερμοκρασίας.

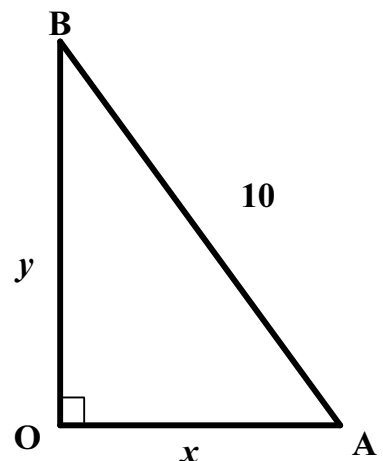
Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο AOB με $\hat{O} = 90^{\circ}$, κάθετες πλευρές μήκους $(OA) = x$, $(OB) = y$ και υποτείνουσα μήκους $(AB) = 10$.

Δ1. Να δείξετε ότι η πλευρά y εκφράζεται ως συνάρτηση του x από τον τύπο: $y = f(x) = \sqrt{100 - x^2}$ (μον. 3) και να βρείτε το πεδίο ορισμού της συνάρτησης f (μον. 4).

Μονάδες 7



Δ2. Να υπολογίσετε τον ρυθμό μεταβολής της συνάρτησης $y = f(x)$, ως προς x , όταν $x = 8$.

Μονάδες 6

Δ3. Να υπολογίσετε το όριο: $\lim_{x \rightarrow 6} \frac{f(x) - 8}{x - 6}$.

Μονάδες 6

Δ4. Αν $x_1 = 2,3$, $x_2 = 3,5$ και $x_3 = 2,8$ είναι τιμές της πλευράς x , να αιτιολογήσετε ότι: $f(x_1) > f(x_3) > f(x_2)$.

Μονάδες 6