

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ
ΕΠΑΓΓΕΛΜΑΤΙΚΩΝ ΛΥΚΕΙΩΝ
ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)
3 ΙΟΥΝΙΟΥ 2023
ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να αποδείξετε ότι η παράγωγος της συνάρτησης $cf(x)$ όπου c πραγματικός αριθμός, ισούται με $cf'(x)$.

Μονάδες 10

A2. Πότε μία συνάρτηση f λέγεται παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

A3. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Η σχετική συχνότητα f_i της τιμής x_i με $i = 1, 2, \dots, \kappa$ μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές.

β. Αν f, g παραγωγίσιμες συναρτήσεις σε ένα διάστημα Δ , τότε ισχύει:

$$(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x).$$

γ. Αν η καμπύλη συχνοτήτων είναι κανονική ή περίπου κανονική, με μέση τιμή \bar{x} και τυπική απόκλιση s , τότε το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$.

δ. $(\sqrt{x})' = \frac{2}{\sqrt{x}}, x > 0$

ε. Η διάμεσος ενός δείγματος n παρατηρήσεων είναι μέτρο θέσης.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^3 + ax^2 - 12x + 10$, όπου $x \in \mathbb{R}$ και $a \in \mathbb{R}$.

B1. Να βρείτε την παράγωγο $f'(x)$.

Μονάδες 4

B2. Αν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της f στο $x_0 = 1$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$, να υπολογίσετε το a .

Μονάδες 6

B3. Για $a = 3$, να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή των ακροτάτων.

Μονάδες 9

B4. Για $a = 3$, να υπολογίσετε το όριο $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f'(x)}{x-1}$.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Ρωτήθηκαν οι μαθητές/τριες της Γ' τάξης ενός ΕΠΑΛ πόσες ώρες διέθεσαν στα μέσα κοινωνικής δικτύωσης την προηγούμενη εβδομάδα. Οι απαντήσεις τους ομαδοποιήθηκαν όπως φαίνεται στον παρακάτω πίνακα:

Κλάσεις $[,)$	Κεντρική τιμή x_i	Συχνότητα v_i	$x_i v_i$
$[8, 12)$	10	20	200
$[12, 16)$	14	15	210
$[16, 20)$		v_3	
$[20, 24)$		5	
	Σύνολο		

Δίνεται ότι ο μέσος χρόνος είναι $\bar{x} = 14$.

Γ1. Να δείξετε ότι $v_3 = 10$.

Μονάδες 8

Γ2. Να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον προηγούμενο πίνακα και να συμπληρώσετε τα κενά.

Μονάδες 6

Γ3. Να υπολογίσετε τη διακύμανση s^2 .

Μονάδες 6

Γ4. Να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV . Είναι το δείγμα ομοιογενές; Να αιτιολογήσετε την απάντησή σας.

Μονάδες 5

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = -\frac{1}{x^2}$, με $x \neq 0$.

Δ1. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία στο πεδίο ορισμού της.

Μονάδες 7

Δ2. Να δείξετε ότι για κάθε $x \in [-4, -1]$ ισχύει:

$$-1 \leq f(x) \leq -\frac{1}{16}$$

Μονάδες 6

Δ3. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης (ε) της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $M(1, f(1))$.

Μονάδες 6

Δ4. Αν $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $\Gamma(x_3, y_3)$ είναι σημεία της εφαπτομένης (ε) τέτοια ώστε οι τετμημένες τους x_1, x_2, x_3 να έχουν μέση τιμή $\bar{x} = 4$ και τυπική απόκλιση $s_x = 2$, να υπολογίσετε τον συντελεστή μεταβολής CV των τεταγμένων y_1, y_2, y_3 .

Μονάδες 6